

## Zadání úloh

1. Určete  $\log V$  a následně výraz upravte, jestliže

$$V = \frac{10^6 \cdot x^5 \cdot y^3}{\sqrt{(z-x)^3}}$$

2. Určete  $V$  tak, aby platilo

$$\log_2 V = 3 + \frac{1}{2} \log_2(x-2) + 2 \log_2 y - 3 \log_2 z$$

Výraz  $V$  nesmí obsahovat logaritmus.

3. Určete bez kalkulačky  $1,01^6$ .

(Použijte binomický rozvoj.)

4. Nechť  $n \in \mathbb{N}$ . Určete, čemu je roven součet

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$$

(Použijte binomický rozvoj.)

5. Určete 10. člen binomického rozvoje

$$\left(2x^3 - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^{12}$$

6. Nechť  $n \in \mathbb{N}$ . Dokažte užitím binomického rozvoje.

$$7 \mid (8^n - 1)$$

7. Dokažte, že pro každé prvočíslo  $p$  a každé celé číslo  $k$  platí:

$$0 < k < p \implies p \mid \binom{p}{k}$$

8. Spočtěte

(a)

$$\binom{7,2}{-2}$$

(b)

$$\binom{7,2}{0}$$

(c)

$$\binom{7,2}{2}$$

9. Dokažte!

$$(\forall r \in \mathbb{R})(\forall k \in \mathbb{Z}) \quad \binom{r-1}{k-1} + \binom{r-1}{k} = \binom{r}{k}$$

10. Dokažte!

$$(\forall n, k \in \mathbb{Z}) \quad n \geq 0 \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

11. Dokažte!

$$(\forall n, k \in \mathbb{N}) \quad n \geq k \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$