

# Aplikace lineární algebry v diskrétní matematice

## Otázky k SZZ SP Učitelství matematiky pro SŠ

1. (a) Vektorový prostor nekonečných posloupností  $(u_0, u_1, u_2, \dots)$  reálných čísel a jeho podprostor  $W$  všech posloupností splňujících  $u_n = a_1 u_{n-1} + a_2 u_{n-2}$  pro  $n \geq 2$  ( $a_1, a_2$  jsou reálné konstanty).  
(b) Určení dimenze podprostoru  $W$ . Nalezení báze podprostoru  $W$  vhodné pro řešení rekurencí tvaru  $y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2}$  pro  $n \geq 2$ ,  $y_0 = b_0$ ,  $y_1 = b_1$ .  
(c) Ukázka řešení rekurence  $y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2}$  pro  $n \geq 2$ ,  $y_0 = b_0$ ,  $y_1 = b_1$ , na konkrétním příkladě, např.  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  pro  $n \geq 2$ ,  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .  
(d) Možnost zobecnění výše uvedené metody – řešení homogenních lineárních rekurencí s konstantními koeficienty.  
(e) Další možnosti řešení rekurencí tvaru  $y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2}$  pro  $n \geq 2$ ,  $y_0 = b_0$ ,  $y_1 = b_1$  (generující funkce).
2. (a) Definice grafu a kostry grafu.  
(b) Matice sousednosti a matice incidence grafu.  
(c) Formulace maticové věty o stromech (Matrix Tree Theorem).  
(d) Počet označených stromů s  $n$  vrcholy - Cayleyho formule a její odvození pomocí maticové věty o stromech.
3. (a) Hodnota součinu matic.  
(b) Pozitivně definitní matice a její regularita.  
(c) Matice incidence systému množin.  
(d) Zobecněná Fisherova nerovnost včetně důkazu.