

# Míra a integrál

## Otázky k SZZ SP Učitelství matematiky pro SŠ

- 1) Konstrukce Lebesgueovy míry v  $\mathbb{R}^n$ .
- 2) Vysvětlete za jakých podmínek je integrál z posloupnosti funkcí roven integrálu z limitní funkce.

Self-test úlohy:

- Nalezněte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{100} \frac{e^{x^3}}{1+nx} dx$ . Vyslovte větu, kterou k výpočtu užíváte.
- Nalezněte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{nx}{1+n^2x^2} dx$ . Vyslovte větu, kterou k výpočtu užíváte.

- 3) Konstrukce abstraktního Lebesgueova integrálu.
- 4) Vztah Lebesgueova integrálu a Newtonova integrálu; vztah Lebesgueova integrálu a Riemanova integrálu.

Self-test úlohy:

- Nalezněte funkci, která není riemannovsky integrovatelná, ale má Lebesgueův integrál.
- Rozhodněte, zda existuje Lebesgueův integrál:

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 4} dx$$

- 5) Polární souřadnice, sférické a válcové souřadnice a jejich použití v souvislosti s větou o substituci.

Self-test úlohy:

- Bud'  $r \in (0, \infty)$ ,  $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq r\}$ . Určete

$$\int_M e^{-x^2-y^2} dx dy.$$

- Bud'  $r \in (0, \infty)$ ,  $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq r\}$ . Určete

$$\int_M \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz.$$