

Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

Dovolujeme si Vás pozvat na setkání

nad zajímavými matematickými úlohami, které proběhne

4. 9. 2024 v místnosti CP 7.06 od 15.00 do 17.00.

Místnost, v níž se bude seminář konat, najdete v 7. patře nově postavené budovy CPTO v kampusu UJEP. Budova má tvar písmene L a vchod je ve vnitřním rohu.

Máte-li dotazy, neváhejte se obrátit na:

Martin Kuřil
Martin.Kuril@ujep.cz

Jiří Příbyl
Jiri.Pribyl@ujep.cz

Mimo jiné budeme řešit i následující úlohy.

Zadání: Nechť M je množina a $*$ je operace na množině M .

Základní vymezení:

- Operace $*$ je asociativní, pokud pro všechna $a, b, c \in M$ platí:

$$a * (b * c) = (a * b) * c.$$

- Operace $*$ má neutrální prvek, pokud existuje $e \in M$ tak, že pro všechna $a \in M$ platí:

$$e * a = a * e = a.$$

- Operace $*$ splňuje zákon krácení zleva, pokud pro všechna $a, b, c \in M$ platí:

$$a * b = a * c \Rightarrow b = c.$$

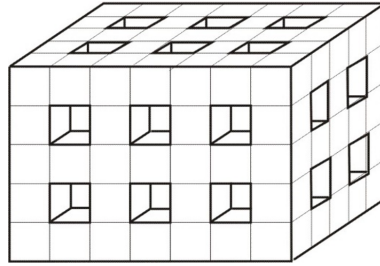
- Operace $*$ splňuje zákon krácení zprava, pokud pro všechna $a, b, c \in M$ platí:

$$b * a = c * a \Rightarrow b = c.$$

Úkoly:

1. Jestliže množina M je konečná a neprázdná, $*$ je asociativní operace na množině M a $*$ splňuje oba zákony krácení, pak $*$ má neutrální prvek. Dokažte.
2. Uveďte příklad nekonečné množiny s asociativní operací, která splňuje oba zákony krácení, a přesto operace nemá neutrální prvek.
3. Uveďte příklad konečné neprázdné množiny s asociativní operací, která splňuje zákon krácení zleva, a přesto operace nemá neutrální prvek.
4. Uveďte příklad konečné neprázdné množiny s asociativní operací, která splňuje zákon krácení zprava, a přesto operace nemá neutrální prvek.

Zadání: Je dán kvádr o rozměrech a , b , c centimetrů, kde a , b , c jsou lichá přirozená čísla. Tento kvádr provrtáme „skrz na skrz“ tunely o čtvercových průřezech 1×1 cm. Tunelů bude co nejvíce, přičemž stěny okolo každého tunelu mají tloušťku 1 cm. (Viz obrázek.) Vypočítejte objem a povrch tělesa, které po vyvrtání všech tunelů vznikne.



Zadání: Z města A vyjel ráno do města B osobní vlak. Ve stejný okamžik vyjel po stejné trati z města B do města A nákladní vlak. Oba vlaky projely celou trasu stálými rychlostmi. Na trati se minuly v 9.45, osobní vlak dojel do cíle v 11.45, nákladní ve 14.15 (téhož dne, kdy ráno vyjely). V kolik hodin vlaky vyjely?

Zadání: Najděte všechna kladná celá čísla n , pro která platí, že číslo $n^2 + 3$ je dělitelné číslem $n + 1$.