

Grafy a vlastnosti funkcí

1) Nakreslete graf funkce $f(x)$ a určete její vlastnosti:

a) $f(x) = 4 - 3x$

b) $f(x) = -x^2 - x + 6$

c) $f(x) = x^2 - 2x + 2$

d) $f(x) = 4\sqrt{x} - 2$

e) $f(x) = \frac{(x+2)^3}{4}$

f) $f(x) = \sqrt[3]{3x + 8}$

g) $f(x) = \frac{3}{(1-x)^2}$

h) $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

2) Nakreslete graf funkce $f(x)$ a určete, zda je monotónní, shora omezená, zdola omezená:

a) $f(x) = 10^x$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $f(x) = 2 \cdot 10^x$

d) $f(x) = 2 + 10^x$

e) $f(x) = 10^{(x+2)}$

f) $f(x) = \log_{10} x$

g) $f(x) = \ln x$

h) $f(x) = \log(x - 5)$

i) $f(x) = 3 \log(x - 5)$

3) Nakreslete graf funkce $f(x)$ a určete její vlastnosti:

a) $f(x) = 2 \cos x + 1$

b) $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

c) $f(x) = -\operatorname{tg}(3x)$

4) Je dána funkce $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Určete $f(0)$, $f(2)$, $f(-3)$, $f(y)$, $f(-x)$, $f(x+1)$, $f(x)+1$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $\frac{1}{f(x)}$.

5) Určete hodnotu výrazu $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, pokud:

a) $f(x) = 4x$,

b) $f(x) = x^2$.

6) Jsou dány funkce $f: y = x^2$, $g: y = x + 1$. Zapište funkce $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$.

7) U daných složených funkcí rozhodněte, která funkce je vnější a která vnitřní:

a) $z = \sqrt{\sin x}$,

b) $z = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$,

- c) $z = (\cos x)^2$,
- d) $z = \cos x^2$,
- e) $z = (2x + 5)^3$.

Určete vlastnosti zadaných složených funkcí.

8) Nakreslete graf funkce $f(x)$ a určete její vlastnosti:

- a) $f(x) = |x|$
- b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$
- c)

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{pro } x < 0, \\ 0 & \text{pro } x = 0, \\ 1 & \text{pro } x > 0. \end{cases}$$

d)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{pro } x < 1, \\ 2x - 1 & \text{pro } x \geq 1. \end{cases}$$

e)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{pro } x < -1, \\ -1 & \text{pro } x \in \langle -1, 1 \rangle, \\ x + 1 & \text{pro } x > 1. \end{cases}$$

f)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{pro } x < -2, \\ \frac{x+3}{2} & \text{pro } x \in \langle -2, 1 \rangle, \\ \frac{2}{x} & \text{pro } x \geq 1. \end{cases}$$