

Determinanty

1) Spočítejte determinanty následujících matic:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & a-1 \\ a+1 & a-2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & -5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & x & -x \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & x \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & -8 & 3 \\ 0 & -2 & 8 & -1 \\ 4 & -7 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & -4 \\ -4 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) Je dána matice $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ -x & -2 & x \\ -x & -x & -3 \end{pmatrix}$, kde $x \in \mathbb{R}$.

Pro která x je

- a) $\det(A) = 0$,
- b) $\det(A) > 0$,
- c) $\det(A) < 0$?

3) Řešte rovnici $\begin{vmatrix} 3x & 0 & x \\ -x & 0 & 2 \\ 0 & x & 5 \end{vmatrix} = 0$.

Homogenní soustavy rovnic

1) Řešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 0 \\ 2x + y + 3z &= 0 \\ x + 5y - 12z &= 0 \end{aligned}$$

2) Řešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

3) Řešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_4 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Výsledky

Determinanty

1) $22, 1 - 2a, -43, x - x^2, 1, 0, 79$

2) Determinant matice je roven $6 - 4x^2$;

a) $x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$,

b) $x \in \left(-\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$,

c) $x \in \left(-\infty, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \infty\right)$.

3) Determinant matice je roven $-x^3 - 6x^2$; $x = -6$ nebo $x = 0$.

Homogenní soustavy rovnic

1) $(x_1, x_2, x_3) = (-3t, 3t, t), \quad t \in \mathbb{R}$

2) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, -t, 0, t), \quad t \in \mathbb{R}$

3) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-t, t, t, 0), \quad t \in \mathbb{R}$