

Derivace funkce

1) Derivujte následující funkce:

a) $f(x) = 5x^4$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

c) $f(x) = 3\sqrt{x}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2x-x^2}}{\sqrt{x}}$

e) $f(x) = 4^x$

f) $f(x) = x \sin x$

g) $f(x) = xe^x$

h) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

i) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

j) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

k) $f(x) = (5x^4 + 3x)^{20}$

l) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

m) $f(x) = e^{x^3+4x}$

n) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$

o) $f(x) = x^x$

2) Určete derivaci funkce na jejím definičním oboru.

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

3) Určete derivaci funkce na jejím definičním oboru.

$$g(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-\infty; 2) \\ x^2, & x \in \langle -2; 0 \rangle \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

4) Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočítejte limity:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

h) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \cdot \ln(1 - x)$

- 5) Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^2$ v bodech $[3, ?]$ a $[-2, ?]$.
- 6) Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x$ v bodech $[0, ?]$ a $[1, ?]$.
- 7) U předchozích funkcí zkoumejte závislost znaménka derivace na poloze bodu A . Pro které body A bude tečna rostoucí funkcí a pro které body A bude klesající funkcí? Kdy bude tečna konstantní funkcí? Na jakých intervalech je daná funkce $f(x)$ rostoucí/klesající? Porovnejte tyto intervaly s intervaly, kde je tečna rostoucí/klesající funkcí.
Tečna grafu funkce $f(x) = x^2$ v Geogebře: <https://www.geogebra.org/m/hpupxcwd>
Tečna grafu funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x$ v Geogebře: <https://www.geogebra.org/m/ev6y4cjz>
- 8) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ v bodě $[-1, ?]$ a rovnici tečny zleva ke grafu funkce $f(x)$ v bodě $[1, ?]$.
- 9) Napište rovnici tečny zprava a tečny zleva ke grafu funkce $f(x) = |x^2 - 4|$ v bodech $[-2, ?]$ a $[2, ?]$.
- 10) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = \arcsin x$ v bodě $[-1, ?]$ a rovnici tečny zleva ke grafu funkce $f(x)$ v bodě $[1, ?]$.
- 11) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = e^{\sqrt{x}} - e^{-\sqrt{x}}$ v bodě $[0, ?]$.