
Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

Zadání úloh

5. 3. 2025

Zadání: Máme test, který má 90 úloh, každá za bod, odpovědi jsou A/B/C/D a na konci testu nám bude pouze řečeno, kolik bodů z 90 máme. Ptáme se na nejmenší počet žáků, který tam musíme poslat, abychom zjistili správné odpovědi. Žákům dopředu řekneme, co mají v testu vyplnit, a oni to udělají. Vždy je právě jedna odpověď správná a za špatné odpovědi se body neodečítají, je možné na některé otázky neodpovídat (opět bez ztráty bodů).

Zadání: Nechť S je čtverec se stranou délky 2. Dokažte, že z devíti bodů ležících v S lze vybrat takové tři, které leží na jedné přímce nebo jsou vrcholy trojúhelníka s obsahem nejvýše $\frac{1}{2}$.

Zadání: Dokažte, že pro každé kladné celé číslo n platí, že

$$4^n + 2^{n+1} + 1$$

je složené číslo.

Pozn.: Složené číslo je takové číslo, které má alespoň tři různé dělitele. Tedy složené číslo lze zapsat jako součin dvou menších čísel.

Zadání: Celočíslným trojúhelníkem rozumíme trojúhelník, jehož délky stran jsou vyjádřeny celými čísly. Najděte všechny celočíselné trojúhelníky, jejichž obvod je roven jejich obsahu.