

---

# Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

## *Zadání úloh*

1. 10. 2025

---

**Zadání:** Nalezněte všechny trojúhelníky  $ABC$ , které nejsou rovnostranné, mají úhel  $\gamma = \frac{\pi}{3}$  a délky jejich stran jsou celočíselné.

**Zadání:** Dokažte, že pro libovolná kladná čísla  $a, b, c$  platí následující nerovnost:

$$\frac{a^3}{b+c} + \frac{b^3}{a+c} + \frac{c^3}{a+b} \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

**Zadání:** Na ostrově Alopecia platí následující:

- Žádný obyvatel ostrova nemá stejný počet vlasů.
- Žádný obyvatel ostrova nemá 450 vlasů.
- Existuje více obyvatel ostrova než vlasů na hlavě nejvlasatějšího obyvatele ostrova.

Jaký je největší možný počet obyvatel ostrova?

**Zadání:** Necht'  $a_1, a_2, a_3, \dots$  je posloupnost  $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$ . Najděte výraz pro zjištění  $a_n$  z  $n$ .