
Seminář řešení matematických více méně středoškolských úloh

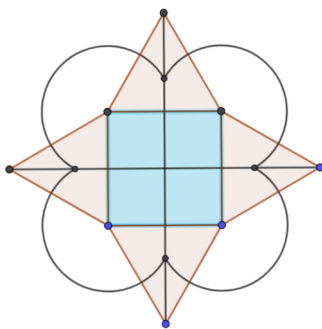
Zadání úloh

5. 2. 2025

Zadání: Máme test, který má 90 úloh, každá za bod, odpovědi jsou A/B/C/D a na konci testu nám bude pouze řečeno, kolik bodů z 90 máme. Ptáme se na nejmenší počet žáků, který tam musíme poslat, abychom zjistili správné odpovědi. Žákům dopředu řekneme, co mají v testu vyplnit, a oni to udělají. Vždy je právě jedna odpověď správná a za špatné odpovědi se body neodečítají, je možné na některé otázky neodpovídat (opět bez ztráty bodů).

Zadání: Po vnějšku pravidelného n -úhelníku ($n \geq 4$) o délce strany 1 se kotálí rovnostranný trojúhelník o délce strany 1. V počáteční poloze strany obou mnohoúhelníků splývají. Po n krocích se trojúhelník vrátí do své původní polohy. Pohybem těžiště trojúhelníku vznikne uzavřená křivka. Vypočítejte délku této uzavřené křivky.

Na obrázku je znázorněna situace pro čtverec ($n = 4$).



Zadání: Určete celé číslo n takové, že číslo $1000!$ je dělitelné číslem 3^n , ale není dělitelné číslem 3^{n+1} (tedy v prvočíselném rozkladu čísla $1000!$ má prvočíslo 3 exponent n).

Zadání: Na bleším trhu si Honza koupil hodinový ciferník s obvykle umístěnými čísly od jedné do dvanácti. Zvláštní je ale tím, že se s čísly dá hrát. Honza každé ráno buď vymění dvě protilehlá čísla, nebo dvě sousední o jedna zvýší. Kdyby žil dost dlouho, mohl by po konečně mnoha dnech mít na ciferníku dvanáct stejných čísel?