

Algebra I – úlohy k procvičení – 9.12.2020

1. Dokažte, že

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

je cyklická podgrupa grupy $GL(2, \mathbb{R})$.

2. Nechť G je grupa, $a \in G$. Předpokládejme, že prvek a^{28} má řád 10 a prvek a^{22} má řád 20. Určete řád prvku a .
3. Nechť G je grupa, $a, b \in G$. Jestliže řady prvků a, b jsou nesoudělné, pak $\langle a \rangle \cap \langle b \rangle = \{1\}$. Dokažte.
4. Dokažte, že žádná grupa nemůže mít přesně dva prvky řádu 2.
5. Uveďte příklad grupy, která není cyklická, a přitom všechny její vlastní podgrupy jsou cyklické.

Poznámka: Podgrupa H grupy G se nazývá vlastní, pokud $H \neq G$.