

Axiomatická výstavba geometrie a teorie množin

Otázky k SZZ SP Učitelství matematiky pro SŠ

1) Soustava axiomů

- a) Vymezte, co rozumíme pojmem soustava axiomů, a určete vlastnosti, které požadujeme od soustavy axiomů.
- b) Popište proces axiomatické výstavby geometrie.
- c) Popište proces axiomatické výstavby teorie množin.
- d) Popište, jak prokazujeme, zda soustava axiomů má vámi určené vlastnosti.
- e) Vysvětlete pojem model (teorie). Jaká je jeho role.

2) Modely

U následujících modelů popište, jak vypadají a jaké mají základní objekty. Demonstrujte některé z axiomů.

- a) Poincarého model Bolyai-Lobačevského rovinné geometrie
- b) Inverzní model Bolyai-Lobačevského geometrie
- c) Poincarého model eukleidovské rovinné geometrie.

3) Absolutní geometrie

- a) Vysvětlete, co je absolutní geometrie.
- b) Popište vztah absolutní geometrie ke geometrii eukleidovské a ke geometrii Bolyai-Lobačevského.
- c) Vysvětlete vztah mezi axiomem rovnoběžnosti (souběžnosti) a pátým Eukleidovým postulátem.
- d) Vyslovte Saccheriho-Legendreovu větu a Wallisovu větu.
- e) Demonstrujte jednotlivé pojmy na příkladech.

4) Ordinalní čísla

- a) Vymezte pojem ordinalní číslo a zaveďte rovnost a uspořádání ordinalních čísel.
- b) Zaveďte operace součtu a součinu ordinalních čísel, na příkladech ukažte vlastnosti těchto operací.
- c) Zaveďte pojem limitního a počátečního ordinalního čísla a uveďte jejich příklady.

5) Kardinální čísla

- a) Vymezte pojem kardinální číslo a zaveďte rovnost a uspořádání kardinálních čísel.
 - b) Definujte konečnou, nekonečnou, spočetnou a nespočetnou množinu a uveďte příklady takových množin.
 - c) Porovnejte mohutnosti některých významných množin – množina přirozených, sudých, celých, racionálních, algebraických, reálných čísel, transcendentních, komplexních čísel, prvočísel atp.
-

Self-testové úlohy:

- Existuje konečný model incidenční geometrie?
- Kolik existuje přímek v některém z modelů Bolyai-Lobačevského rovinné geometrie, které incidují s daným bodem a neincidují s danou přímkou, přičemž daný bod neleží na dané přímce?
- V jaké geometrii můžeme hovořit o tom, že mezi libovolnými dvěma body existuje alespoň jeden další bod?
- V jaké geometrii můžeme hovořit o větách SSS, SUS, USU?
- Kdy říkáme, že je nějaký geometrický prostor úplný?
- Jaká je mohutnost množiny všech dobrých uspořádání množiny přirozených čísel?
- Vyslovte a vysvětlete Russelův paradox.