

Lineární algebra (a geometrie I) – úlohy k procvičení – 12.11.2020

1. Uvažme vektorový prostor \mathbb{R}^3 a jeho bázi

$$B = \{(2, 7, 3), (3, 9, 4), (1, 5, 3)\}$$

Nechť $\vec{v} = (2, 1, 1)$. Určete $S(\vec{v}, B)$ (souřadnice vektoru \vec{v} v bázi B).

2. (a) Najděte nějakou bázi a určete dimenzi vektorového prostoru \mathbb{C}^2 nad tělesem \mathbb{C} .
(b) Najděte nějakou bázi a určete dimenzi vektorového prostoru \mathbb{C}^2 nad tělesem \mathbb{R} .
3. Nechť n je celé číslo, $n \geq 2$. Nechť

$$W = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0\}$$

- (a) Dokažte, že W je podprostor vektorového prostoru \mathbb{R}^n .
(b) Najděte nějakou bázi a určete dimenzi podprostoru W .
4. Nechť n je kladné celé číslo, p je prvočíslo. Nechť V je vektorový prostor nad tělesem \mathbb{Z}_p , $\dim(V) = n$. Určete počet vektorů ve vektorovém prostoru V .
5. (a) Rozhodněte, zda \mathbb{R} je vektorový prostor konečné dimenze nad tělesem \mathbb{R} . Rozhodnutí zdůvodněte.
(b) Rozhodněte, zda \mathbb{R} je vektorový prostor konečné dimenze nad tělesem \mathbb{Q} . Rozhodnutí zdůvodněte.