

Kombinatorika v genetice

V genetice se kombinatorika používá k určení počtu možných genotypů a fenotypů, které mohou vzniknout kombinací různých alel u jednotlivých genů. Každý gen může mít více variant, zvaných alely, které mohou být dominantní, recesivní nebo kodominantní. V kombinatorice se často využívají kombinace, což jsou výpočty, které nám říkají, kolika různými způsoby lze uspořádat nebo zkombinovat určité prvky, pokud na jejich pořadí nezáleží.

Co je dominantní, recesivní a kodominantní alela?

- **Dominantní alela** je alela, která se vždy projeví ve fenotypu, pokud je přítomna alespoň v jedné kopii. Například pokud alela A je dominantní a alela a je recesivní, jedinec s genotypem Aa bude mít fenotyp odpovídající alele A .
- **Recesivní alela** je alela, která se projeví ve fenotypu pouze tehdy, když je přítomna ve dvou kopiích (například genotyp aa). Pokud je přítomna spolu s dominantní alelou (například Aa), její účinek je potlačen.
- **Kodominantní alely** jsou alely, které se obě plně projeví ve fenotypu, pokud jsou přítomny společně. To znamená, že žádná alela neomezuje účinek druhé. Příkladem je krevní skupina AB, kde alely A a B jsou kodominantní a obě se projeví.

Genotyp a fenotyp

- **Genotyp** - označuje genetickou výbavu jedince, tedy kombinaci alel, které daný jedinec zdědil od rodičů pro konkrétní gen nebo skupinu genů. Například genotyp může být kombinace dvou alel a_1 a a_2 pro gen A .
- **Fenotyp** - je fyzický nebo biochemický projev genotypu, tedy vlastnost nebo znak, který můžeme pozorovat. Příkladem fenotypu je barva květů, která se může lišit v závislosti na tom, které alely jsou přítomné a jak interagují (např. dominance, kodominance).

Proč se to počítá pomocí kombinatoriky?

Počet možných genotypů a fenotypů se počítá pomocí kombinatoriky, protože každá kombinace alel představuje jinou genetickou variaci, která může mít odlišný fenotypový projev. Pokud jsou všechny alely pro daný gen kodominantní (projevují se všechny kombinace stejně), počet fenotypů je stejný jako počet genotypů. Pokud ale existuje dominance nebo recesivita, může být počet fenotypů menší než počet genotypů. Použitím kombinatorických výpočtů můžeme přesně určit, kolik různých genetických kombinací je možné, a jak se tyto kombinace projeví ve fenotypu.

Budeme počítat kombinace s opakováním, protože nezáleží na pořadí alel a přítom v genotypu/fenotypu mohou být obě alely stejné.

Vzorec pro kombinace s opakováním je:

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$$

kde:

- n je celkový počet prvků,

- k je počet vybraných prvků,
- $!$ označuje faktoriál, což je součin všech celých čísel od 1 do daného čísla.

Příklad: Výpočet počtu genotypů a fenotypů

Zadání: Uvažujme tři geny (A, B, C):

- Gen A má 3 alely: a_1, a_2, a_3 , kde a_1 dominuje nad a_2 a a_3 , a a_3 dominuje nad a_2 .
- Gen B má 4 alely: b_1, b_2, b_3, b_4 , které jsou kodominantní.
- Gen C má 5 alel: c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 , které jsou také kodominantní.

Určete počet různých genotypů a fenotypů, které mohou vzniknout kombinací těchto alel.

Řešení

1. **Výpočet počtu genotypů:** Každý genotyp se skládá z dvojice alel pro každý gen:

- Pro gen A máme $C'(3, 2) = \binom{4}{2} = 6$ kombinací.
- Pro gen B máme $C'(4, 2) = \binom{5}{2} = 10$ kombinací.
- Pro gen C máme $C'(5, 2) = \binom{6}{2} = 15$ kombinací.

Celkový počet genotypů je:

$$6 \cdot 10 \cdot 15 = 900 \text{ genotypů}$$

2. **Výpočet počtu fenotypů:** Fenotypy jsou výsledné projevy kombinací alel. Vzhledem k tomu, že alely genů B a C jsou kodominantní, projeví se všechny kombinace alel nezávisle. U genu A jsou alely hierarchicky uspořádány:

- Gen A: 3 fenotypy (projeví se a_1 nebo a_2 nebo a_3 , tedy 3 možné fenotypy).
- Gen B: 10 fenotypů (každá kombinace se projeví).
- Gen C: 15 fenotypů (každá kombinace se projeví).

Celkový počet fenotypů je:

$$3 \cdot 10 \cdot 15 = 450 \text{ fenotypů}$$

Závěr

Existuje 900 různých genotypů a 450 různých fenotypů, které mohou vzniknout kombinací alel u těchto tří genů.

Další příklady

Příklad 1:

Uvažujme dva geny - A, B s alelami a_1, a_2, a_3 v genu A, alelami b_1, b_2, b_3 v genu B. Přitom alela a_1 dominuje nad a_2 i nad a_3 a alela a_3 dominuje nad a_2 , alely genu B jsou kodominantní (žádná nedominuje a projevují se nezávisle na sobě). Kolik existuje různých genotypů (souhrn genů) a kolik existuje různých fenotypů (souhrn projevených znaků)?

- 36 genotypů
- 18 fenotypů

Příklad 2:

Uvažujme tři geny - A, B, C s alelami a_1, a_2 v genu A, alelami b_1, b_2 v genu B a alelami c_1, c_2 v genu C. Přitom alela a_1 dominuje nad a_2 , alely genu B a genu C jsou kodominantní (žádná nedominuje a projevují se nezávisle na sobě). Kolik existuje různých genotypů (souhrn genů) a kolik existuje různých fenotypů (souhrn projevených znaků)?

- 27 genotypů
- 18 fenotypů

Příklad 3:

Uvažujme tři geny - A, B, C s alelami a_1, a_2 v genu A, alelami b_1, b_2 v genu B a alelami c_1, c_2, c_3 v genu C. Přitom alela a_1 dominuje nad a_2 , alela b_1 dominuje nad b_2 , alely genu C jsou kodominantní (žádná nedominuje a projevují se nezávisle na sobě). Kolik existuje různých genotypů (souhrn genů) a kolik existuje různých fenotypů (souhrn projevených znaků)?

- 54 genotypů
- 24 fenotypů

Příklad 4:

Uvažujme tři geny - A, B, C s alelami a_1, a_2, a_3 v genu A, alelami b_1, b_2, b_3, b_4 v genu B a alelami c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 v genu C. Přitom alela a_1 dominuje nad a_2 i nad a_3 a alela a_3 dominuje nad a_2 , alely genu B a genu C jsou kodominantní (žádná nedominuje a projevují se nezávisle na sobě). Kolik existuje různých genotypů (souhrn genů) a kolik existuje různých fenotypů (souhrn projevených znaků)?

- 900 genotypů
- 450 fenotypů

Příklad 5:

Uvažujme čtyři geny - A, B, C, D s alelami a_1, a_2, a_3 v genu A, alelami b_1, b_2 v genu B, alelami c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 v genu C a alelami d_1, d_2 v genu D. Přitom alela a_1 dominuje nad a_2 i nad a_3 a alela a_3 dominuje nad a_2 , alely genu B a genu C jsou kodominantní (žádná nedominuje a projevují se nezávisle na sobě), alela d_2 dominuje nad d_1 . Kolik existuje různých genotypů (souhrn genů) a kolik existuje různých fenotypů (souhrn projevených znaků)?

- 810 genotypů
- 270 fenotypů