

Úlohy řešené v 5. týdnu výuky

Úterý 9–10

Derivujte následující funkce:

1) $f(x) = 5x^4$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

3) $f(x) = 3\sqrt{x}$

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2x-x^2}}{\sqrt{x}}$

5) $f(x) = 4^x$

6) $f(x) = x \sin x$

7) $f(x) = xe^x$

8) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

9) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

10) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

11) $f(x) = (5x^4 + 3x)^{20}$

12) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

13) $f(x) = e^{x^3+4x}$

14) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$

15) $f(x) = x^x$

Úterý 11–12

1) Určete derivaci funkce na jejím definičním oboru.

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

2) Určete derivaci funkce na jejím definičním oboru.

$$g(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-\infty; 2) \\ x^2, & x \in \langle -2; 0 \rangle \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

Středa 9–10

Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočítejte limity:

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \cdot \ln(1 - x)$

Čtvrtek 8–9

- 1) Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^2$ v bodech $[3, ?]$ a $[-2, ?]$.
- 2) Napište rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x$ v bodech $[0, ?]$ a $[1, ?]$.
- 3) U předchozích funkcí zkoumejte závislost znaménka derivace na poloze bodu A . Pro které body A bude tečna rostoucí funkcí a pro které body A bude klesající funkcí? Kdy bude tečna konstantní funkcí? Na jakých intervalech je daná funkce $f(x)$ rostoucí/klesající? Porovnejte tyto intervaly s intervaly, kde je tečna rostoucí/klesající funkcí.

Tečna grafu funkce $f(x) = x^2$ v Geogebře: <https://www.geogebra.org/m/hpupxcwd>

Tečna grafu funkce $f(x) = \operatorname{arctg} x$ v Geogebře: <https://www.geogebra.org/m/ev6y4cjz>

Pátek 15–16

- 1) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ v bodě $[-1, ?]$ a rovnici tečny zleva ke grafu funkce $f(x)$ v bodě $[1, ?]$.
- 2) Napište rovnici tečny zprava a tečny zleva ke grafu funkce $f(x) = |x^2 - 4|$ v bodech $[-2, ?]$ a $[2, ?]$.
- 3) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = \arcsin x$ v bodě $[-1, ?]$ a rovnici tečny zleva ke grafu funkce $f(x)$ v bodě $[1, ?]$.
- 4) Napište rovnici tečny zprava ke grafu funkce $f(x) = e^{\sqrt{x}} - e^{-\sqrt{x}}$ v bodě $[0, ?]$.