

Lineární algebra (a geometrie I) – zápočtová písemka č. 2
– 4.1.2021

1. (a) Vypočtěte

$$\begin{vmatrix} \sqrt{3} + 1 & 1 + \sqrt{5} \\ 1 - \sqrt{5} & \sqrt{3} - 1 \end{vmatrix}$$

- (b) Vypočtěte

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 - a & 1 & 1 \\ 1 + a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 - b \\ 1 & 1 & 1 + b & 1 \end{vmatrix}$$

2. Vyřešte systém rovnic s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + ax_3 &= 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 &= 1 \\ ax_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

3. Je dána matice B nad tělesem \mathbb{Z}_3 . Rozhodněte, zda matice B je regulární. Pokud B je regulární, pak najděte matici B^{-1} .

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Uvažme vektorový prostor \mathbb{R}^3 . Rozhodněte, zda zobrazení $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je homomorfismus. Rozhodnutí zdůvodněte. Pokud φ je homomorfismus, pak určete $\text{Ker}\varphi$, $\dim(\text{Ker}\varphi)$ a $\dim(\text{Im}\varphi)$.

(a) $\varphi(\vec{x}) = (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2, x_1 - x_2, x_1 + x_2 + x_3)$

(b) $\varphi(\vec{x}) = (x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1 - x_2 + x_3, 3x_2 - x_3)$

úloha:	body:
1	12
2	18
3	12
4	18